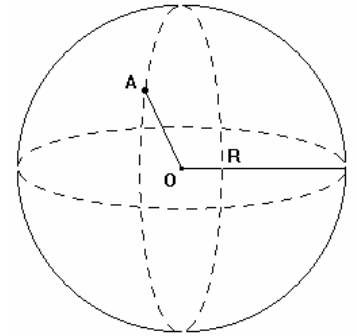


I. SPHERE ET BOULE. SECTION D'UNE SPHERE PAR UN PLAN :

→ O est un point donné de l'espace, et R est un nombre positif donné.

- La **sphère** de centre O et de rayon R est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance de O égale à R.
- La **boule** de centre O et de rayon R est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance de O inférieure ou égale à R.
- Un **grand cercle** d'une sphère de centre O et de rayon R est un cercle de centre O et de rayon R.

- La sphère de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM = R$.
- La boule de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M l'espace tels que $OM \leq R$.
- Le cercle de centre O et de rayon OA est un grand cercle ($OA = R$)

**Propriété :**

- L'aire d'une sphère de rayon R est égale à $4\pi R^2$.
- Le volume d'une boule de rayon R est égal à $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Exemples :

L'aire d'une sphère de rayon 7 cm est égale, en cm^2 , à : $4 \times \pi \times 7^2 = 196\pi$.

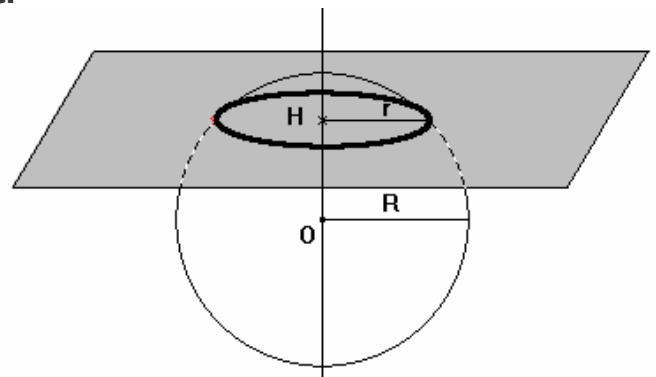
Le volume d'une boule de rayon 7 cm est égal, en cm^3 , à : $\frac{4}{3} \times \pi \times 7^3 = \frac{1372}{3}\pi$.

Propriété :

La section d'une sphère par un plan est un cercle.

La section de la sphère de centre O et de rayon R par le plan P est le cercle :

- de centre H, H étant le point d'intersection du plan P et de la droite perpendiculaire à P passant par O,
- et de rayon $r = \sqrt{R^2 - OH^2}$.

**Exemple :**

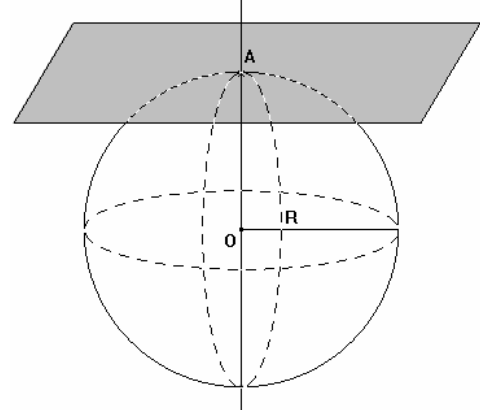
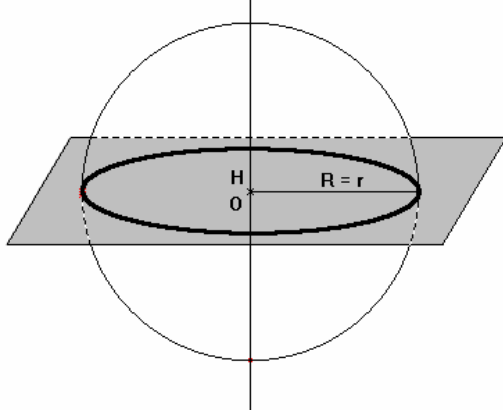
Soit la sphère de centre O et de rayon $R = 5$ cm coupée par un plan P tel que $OH = 3$ cm.

La section obtenue est le cercle de centre H et de rayon $r = 4$ cm, car :

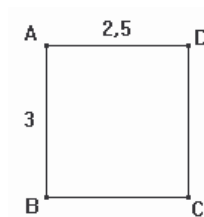
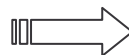
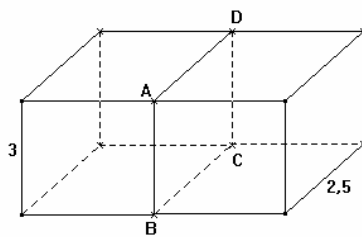
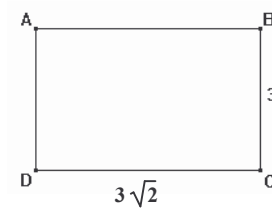
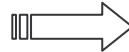
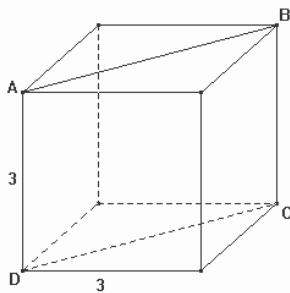
$$r = \sqrt{R^2 - OH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4.$$

Cas particuliers :

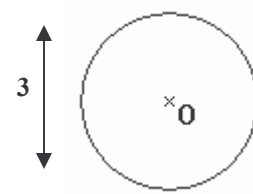
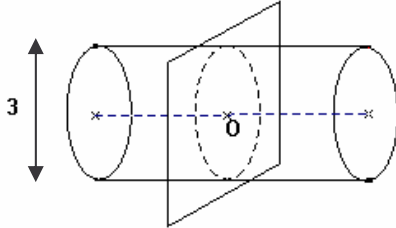
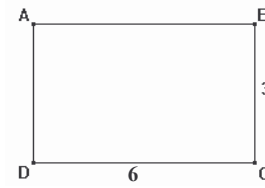
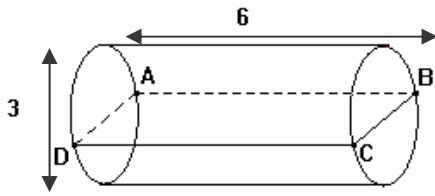
- 1) Le plan passe par le centre de la sphère : H et O sont confondus.
La section est un grand cercle.
- 2) $OH = R$: la sphère et le plan n'ont qu'un seul point A en commun.
Le plan est tangent à la sphère au point A.

**II. SECTIONS PARTICULIERES DE CUBES, DE PARALLELEPIPEDES RECTANGLES ET DE CYLINDRES DE REVOLUTION :****Propriété :**

La section d'un cube ou d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face ou à une arête est un rectangle.

Exemples :**Propriété :**

- La section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe est un rectangle.
- La section d'un cylindre de révolution par un plan perpendiculaire à son axe est un cercle.

Exemples :**III. SECTION D'UNE PYRAMIDE OU D'UN CONE DE REVOLUTION PAR UN PLAN PARALLELE A LA BASE :**

→ L'agrandissement de rapport k d'un objet est la transformation qui consiste à multiplier toutes les longueurs de cet objet par un nombre $k > 1$.

→ La réduction de rapport k d'un objet est la transformation qui consiste à multiplier toutes les longueurs de cet objet par un nombre positif $k < 1$.

Exemples :

- Une maquette réalisée à l'échelle $\frac{1}{100}$ est la réduction de rapport $\frac{1}{100}$ de l'objet réel.
- Une feuille de format A3 ($29,7 \times 42$) est un agrandissement de rapport $\sqrt{2}$ d'une feuille de format A4.

Propriété :

Dans un agrandissement, ou une réduction de rapport k ,

- les aires sont multipliées par k^2 ,
- et les volumes sont multipliés par k^3 .

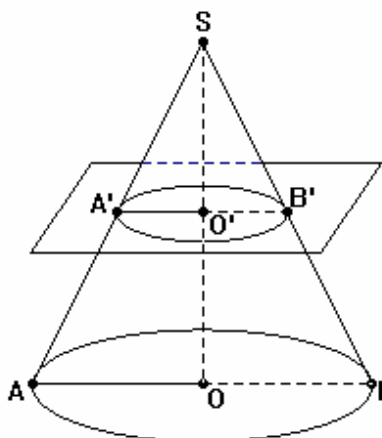
Exemples :

- Deux feuilles de format A4 sont nécessaires pour recouvrir une feuille de format A3 ($k = \sqrt{2}$, $k^2 = 2$).
- Huit petits cubes d'arête a sont nécessaires pour remplir un cube d'arête $2a$ ($k = 2$, $k^3 = 8$).

Propriété :

La section d'une pyramide (ou d'un cône de révolution) par un plan parallèle à la base est une réduction de la base de la pyramide (ou du cône).

La « petite pyramide » et le « petit cône » obtenus sont des réductions de la pyramide et du cône. Le rapport de réduction k est égal au quotient d'une longueur de la petite pyramide ou du petit cône par la longueur correspondante de la pyramide ou du cône de départ.

Exemples :

$$k = \frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{A'B'}{AB} = \dots$$

