

## CHAPITRE 8 : INEGALITES ET INEQUATIONS

### 1 . Inégalités

#### a. Inégalité au sens large

$a \leq b$  signifie  $a = b$  ou  $a < b$   
 $a \geq b$  signifie  $a = b$  ou  $a > b$

*Exemple :* si  $a$  est un entier positif qui vérifie  $a \leq 2$ , alors  $a=0$  ou  $a=1$  ou  $a=2$ .

#### b. Inégalité et opération

Si on ajoute (ou on soustrait) un même nombre aux deux membres d'une inégalité, on ne change pas le sens de l'inégalité.

Quels que soient les nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$ ,

- Si  $a \leq b$  alors  $a+c \leq b+c$  ;
- Si  $a \leq b$  alors  $a-c \leq b-c$ .

*Exemple :* Si  $m \leq p$  alors  $m+7 \leq p+7$  et  $m-2 \leq p-2$ .

Si on multiplie (ou on divise) les deux membres d'une inégalité par un même nombre **positif**, on ne change pas le sens de l'inégalité.

Quels que soient les nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$  :

- Si  $a \leq b$  et  $c \geq 0$  alors  $ac \leq bc$ .
- Si  $a \leq b$  et  $c > 0$  alors  $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$ .

Si on multiplie (ou on divise) les deux membres d'une inégalité par un même nombre **négatif**, on change le sens de l'inégalité.

- Si  $a \leq b$  et  $c \leq 0$  alors  $ac \geq bc$ .
- Si  $a \leq b$  et  $c < 0$  alors  $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$ .

*Exemple :*

Si  $3x \leq -12$  alors  $x \leq -\frac{12}{3}$

Si  $-2x \leq 6$  alors  $x \geq \frac{6}{-2}$

Changement de sens de l'inégalité car on a divisé par  $-2$  qui est négatif

### 2 . Inéquation

Une inéquation est une inégalité dans laquelle intervient un nombre inconnu, désigné le plus souvent par une lettre.

Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre inconnu telles que l'inégalité soit vraie.

Les valeurs trouvées sont appelées les solutions de l'inéquation.

Exemple 1 :

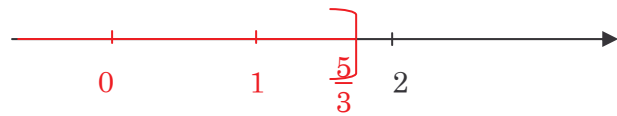
Résolution de  $3x \leq 5$

$$3 \times x \leq 5$$

$$x \leq \frac{5}{3}$$

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres inférieurs à  $\frac{5}{3}$ .

**Représentation graphique des solutions**



Le crochet est tourné du côté de la partie coloriée pour indiquer que  $\frac{5}{3}$  est solution de l'inéquation.

Exemple 2 :

Résolution de  $-\frac{1}{2}x + 1 < 4$

$$-\frac{1}{2}x + 1 - 1 < 4 - 1$$

$$-\frac{1}{2}x < 3$$

Changement de sens de l'inégalité.

$$x > \frac{3}{-\frac{1}{2}}$$

$$x > 3 \times -2$$

$$x > -6$$

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres strictement supérieurs à  $-6$

**Représentation graphique des solutions**



Le crochet n'est pas tourné du côté de la partie coloriée pour indiquer que  $-6$  n'est pas solution de l'inéquation.