

# CHAPITRE 5 : CALCULS SUR LES RACINES CARREES

## 1. Définition

Soit  $a$  un nombre positif. Il existe un nombre positif dont le carré est égal à  $a$ .  
Ce nombre se note  $\sqrt{a}$ .

$\sqrt{a}$  se lit “racine carrée de  $a$ ” ou “radical de  $a$ ”.

Exemples :

$\sqrt{0} = 0$  ;  $\sqrt{1} = 1$  ;  $\sqrt{36} = 6$  ;  $\sqrt{187,69} = 13,7$  ;  
 $\sqrt{3} \approx 1,732$  (valeur décimale approchée à  $10^{-3}$  près).

Remarque :

Si  $a$  désigne un nombre positif,  $\sqrt{a^2} = a$  et  $(\sqrt{a})^2 = a$

Exemple :  $\sqrt{7^2} = 7$  ;  $\sqrt{(3,82)^2} = 3,82$

$(\sqrt{8})^2 = 8$  ;  $\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$

## 2. Equation $x^2 = a$

Soit  $a$  un nombre donné.

- Si  $a < 0$  l'équation  $x^2 = a$  n'a pas de solution.
- Si  $a = 0$  l'équation  $x^2 = a$  a une solution unique : le nombre 0
- Si  $a > 0$  l'équation  $x^2 = a$  a deux solutions,  
l'une positive :  $\sqrt{a}$   
l'autre négative :  $-\sqrt{a}$

Exemples :

L'équation  $x^2 = 7$  a pour solutions  $x = \sqrt{7}$  et  $x = -\sqrt{7}$

L'équation  $x^2 = -1$  n'a pas de solution car il n'existe pas de nombre dont le carré est  $-1$ .

## 3. Opérations et racines carrées

Si  $a$  et  $b$  désignent deux nombres positifs, alors :

- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$  le produit de deux racines carrées est égal à la racine carrée du produit
- Si de plus  $b \neq 0$ , alors  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

le quotient de deux racines carrées est égal à la racine carrée du quotient.

Exemples :

- $\sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

$$\sqrt{7} \times \sqrt{5} = \sqrt{7 \times 5} = \sqrt{35}$$

- $\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$$\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16} = 4$$

- Développer et réduire l'expression suivante :

$$A = (3\sqrt{3} - \sqrt{2})(2\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$A = 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \times \sqrt{2} - \sqrt{2} \times 2\sqrt{3} - \sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

$$A = 6 \times 3 + 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - 2$$

$$A = 16 + \sqrt{6}$$