

CHAPITRE 10 SYSTEMES D'EQUATIONS

1. Systemes de deux equations à deux inconnues

Exemple : $\begin{cases} 2x-5y = 12 \\ -x+3y = -7 \end{cases}$ est un système de deux équations à deux inconnues x et y

- Pour $x = 1$ et $y = -2$ les deux égalités sont vraies :
 $2 \times 1 - 5 \times (-2) = 2 + 10 = 12$
 $-1 + 3 \times (-2) = -1 - 6 = -7$
On dit que $x = 1$ et $y = -2$ est une solution du système.
Ou bien que le couple $(1 ; -2)$ est une solution du système.
- Le couple $(8,5 ; 1)$ n'est pas solution du système. En effet, pour $x = 8,5$ et $y = 1$, l'une des égalités est fautive :
 $-8,5 + 3 \times 1 = -8,5 + 3 = -5,5 \neq -7$.

2. Résolution d'un système

Définition et méthode

Résoudre un système, c'est trouver toutes les solutions de ce système.
Pour cela on se ramène à la résolution d'équations à une inconnue.

Exemple : Résolution par substitution

$$\begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ 4x + y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} &y = 2 - 4x \\ &3x + 2(2 - 4x) = -1 \\ &3x + 4 - 8x = -1 \\ &3x - 8x = -1 - 4 \\ &-5x = -5 \\ &x = \frac{-5}{-5} = 1 \end{aligned}$$

On remplace alors la valeur de x trouvée dans l'expression de y

$$\begin{aligned} y &= 2 - 4 \times 1 \\ y &= 2 - 4 = -2 \end{aligned}$$

Vérification : Pour $x = 1$ et $y = -2$, $\begin{cases} 3 \times 1 + 2 \times (-2) = 3 - 4 = -1 \\ 4 \times 1 + (-2) = 4 - 2 = 2 \end{cases}$

Conclusion : le couple $(1 ; -2)$ est la seule solution du système.

(pour la méthode de résolution par addition, voir la fiche méthode).

3. Interprétation graphique du résultat

Si on exprime, dans chaque équation du système, y en fonction de x , on obtient l'équation d'une droite, que l'on peut ensuite représenter graphiquement.

$$\begin{cases} 3x + 2y = -1 & \rightarrow & 2y = -1 - 3x & \rightarrow & y = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}x & \rightarrow & y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \\ 4x + y = 2 & \rightarrow & y = 2 - 4x & & & \rightarrow & y = -4x + 2 \end{cases}$$

Dans un repère, on trace les droites d et d' représentant les fonctions affines :

$$f: x \rightarrow -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad g: x \rightarrow -4x + 2$$

Les droites d et d' sont sécantes en A .

La solution $(1; -2)$ du système correspond aux coordonnées du point d'intersection des droites d et d' .

