CHAPITRE 8
CALCUL LITTERAL ET INEGALITES

1 . Rappels

a. Opposés d'un nombre, d'une somme ou d'une différence

- L'opposé du nombre relatif x s'écrit $-x$.
  Multiplier un nombre relatif par -1, c'est prendre son opposé.

$-1 \times x = x \times (-1) = -x$

- Deux nombres opposés ont le même carré : $(-x)^2 = x^2$
  et $-x^2$ est l'opposé du carré de x : $-x^2 = -(x)^2$.
- L'opposé d'une somme est : $-(a+b) = -a-b$
  L'opposé d'une différence est : $-(a-b) = -a+b$

Exemples :
$-(x-2) = -x+2$
$-(-x+2) = x - 2$
$-(x+3) = -x-3$

b. Suppression de parenthèses

Si une parenthèse est précédée du signe $-$, lorsqu'on supprime la parenthèse, on change tous les signes à l'intérieur de la parenthèse.
Pour trois nombres relatifs x, y et z :

$$x-(y+z) = x-y-z$$
$$x-(y-z) = x-y+z$$

Exemples :

$A = 4 - (-3 + x)$	$B = 7 - (x - 1)$
$A = 4 \quad + 3 - x$	$B = 7 - (+x - 1)$
$A = 7 - x$	$B = 7 - x + 1$
	$B = 8 - x$

2 . Développer et réduire une expression littérale

a. Distributivité simple

Quels que soient les nombres relatifs a, b et c, on aura :

$$a \times (b+c) = a \times b + a \times c$$
ou bien
$$\boldsymbol{a(b+c) = ab+ac}$$

Exemple : Développer $A = 3(a+4)$
$A = 3 \times a + 3 \times 4$
$A = 3a + 12$

On utilise la distributivité en appliquant les règles de signe du produit.

b. Double distributivité

Quels que soient les nombres relatifs a, b, c et d, on aura

$$(a+b) \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$
ou bien
$$\boldsymbol{(a+b) \times (c+d) = ac+ad+bc+bd}$$

Exemple : Développer et réduire $B = (x+5)(x+3)$
$B = x \times x + x \times 3 + 5 \times x + 5 \times 3$
$B = x^2 + 3x + 5x + 15$
$B = x^2 + 8x + 15$

On utilise la double distributivité en appliquant les règles de signe du produit.

On réduit l'expression.

3 . *Inégalités*

a. Comparaison de deux nombres relatifs

Pour comparer deux nombres relatifs a et b, on peut chercher le signe de leur différence :

$a<b$ revient à dire que $a-b<0$

$a>b$ revient à dire que $a-b>0$

Exemple : pour comparer -2 et -3, on peut calculer leur différence :

$$\left.\begin{array}{r} (-2)-(-3) = -2+3 = +1 \\ \text{Or} \quad +1 > 0 \end{array}\right\} \text{ donc on retrouve : } -2 > -3$$

b. Effet de l'addition sur l'ordre

a, b et c étant trois nombres relatifs, les nombres relatifs $a+c$ et $b+c$ sont rangés dans le même ordre que a et b.

Si $a<b$ alors $a+c<b+c$

Si $a<b$ alors $a-c<b-c$

Exemple : On sait que $m < p$

Donc $m+7 < p+7$

Et $m-2 < p-2$

c. Effet de la multiplication sur l'ordre

a, b et c étant trois nombres relatifs, **si c est strictement positif**, alors les nombres ac et bc sont rangés dans le même ordre que a et b.

Si $a<b$ **et c>0** alors $ac<bc$

Si $a<b$ **et c>0** alors $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

Exemple : on sait que $x < y$

Donc $3x < 3y$

Et $\frac{x}{5} < \frac{y}{5}$

Contre exemple :

Si c est négatif, l'inégalité est inversée.

$a = 3$; $b = 4$ et $c = -2$ on a bien $\boldsymbol{a < b}$

mais $ac = 3\times(-2) = -6$

et $bc = 4\times(-2) = -8$ et alors $-6 > -8$ donc $\boldsymbol{ac > bc}$