

Droites, cercles et quadrilatères

« Des outils pour les démonstrations »

I Droites et segments

1) Droites

Propriété 1 : Par deux points distincts A et B, il passe une seule droite ; on peut la noter (AB).

2) Droites parallèles

Définition 1 : Deux droites d et d' sont **parallèles** lorsqu'elles n'ont aucun point commun ou lorsqu'elles sont confondues.

Remarque : Si deux droites ne sont pas parallèles, on dit qu'elles sont **sécantes** (elles ont un seul point en commun).

Propriété 2 : « axiome d'Euclide »

Etant donné une droite d et un point A, il existe une seule droite parallèle à d et passant par A.

Remarque : Si (AB) et (AC) sont parallèles à une droite d on peut dire que A, B, et C sont alignés.

Propriété 3 : Deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles.

Propriété 4 : Si deux droites sont parallèles, **alors** toute sécante à l'une est sécante à l'autre.

3) Droites perpendiculaires

Propriété 5 : Etant donné une droite d et un point A, il existe une seule droite d' perpendiculaire à d et passant par A.

Propriété 6 : Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Propriété 7 : Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles.

4) Segment

Définition 2 : « milieu d'un segment »

Le **milieu** I d'un segment est le point de ce segment situé à la même distance des extrémités.

Définition 3 : « médiatrice d'un segment » (rappel)

La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.

Propriété 8 : « médiatrice »

Tout point de la médiatrice d'un segment est équidistant (à la même distance) des extrémités de ce segment.

Propriété 9 : « médiatrice » (réciproque de la propriété 8)

Réciproquement, tout point équidistant des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment.

II Cercle et Symétrie

1) Cercles, cercles circonscrit à un triangle

Définition 4 : « un cercle »

Le **cercle** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M du plan tels que $OM = r$.

Définition 5 : « cercle circonscrit »

Le cercle qui passe par les trois sommets d'un triangle s'appelle le cercle circonscrit à ce triangle.

Propriété 10 : Les médiatrices des trois côtés d'un triangle sont concourantes en un point (concourantes = qui se coupent en un même point). Ce point est le centre du cercle circonscrit au triangle.

2) Symétrie

Définition 6 : Deux points A et B sont **symétriques par rapport à un point I** lorsque I est le milieu du segment $[AB]$.

Remarque : On dit que B est le symétrique du point A par rapport à I , ou encore que B est l'image de A par la symétrie de centre I .

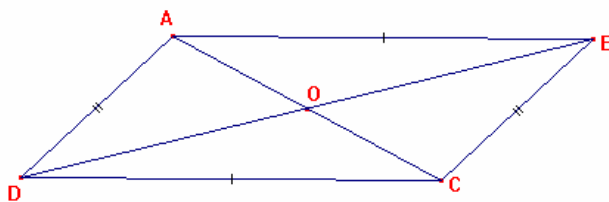
Définition 7 : Deux points A et B sont **symétriques par rapport à une droite d** lorsque d est la médiatrice du segment $[AB]$.

Remarque : On dit que B est le symétrique du point A par rapport à d , ou encore que B est l'image de A par la symétrie d'axe d .

III Parallélogrammes

1) Définition

Définition 8 : On appelle *parallélogramme* un quadrilatère qui a les **côtés opposés parallèles**.



2) Propriétés du parallélogramme

Si dans un exercice, l'énoncé permet de savoir qu'un quadrilatère est un parallélogramme, on peut utiliser la propriété suivante.

Propriété 11 : Un parallélogramme a

- des côtés opposés parallèles
- des côtés opposés de même longueur (isométrique)
- des angles opposés de même mesure
- des **diagonales qui se coupent en leur milieu**

3) Propriétés pour montrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Propriété 12 : Si un quadrilatère a des **côtés opposés parallèles deux à deux**, alors c'est un parallélogramme.

Propriété 13 : Si un quadrilatère a **des côtés opposés de même longueur deux à deux**, alors c'est un parallélogramme.

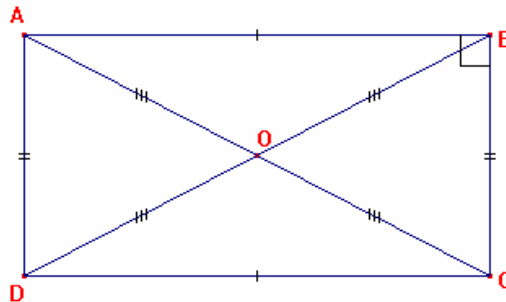
Propriété 14 : Si un quadrilatère a **deux côtés opposés parallèles et de même longueur**, alors c'est un parallélogramme.

Propriété 15 : Si un quadrilatère a **des diagonales qui se coupent en leur milieu**, alors c'est un parallélogramme.

IV Rectangle

1) Définition

Définition 9 : On appelle *rectangle* un quadrilatère qui a **quatre angles droits**.



2) Propriétés du rectangle

Si dans un exercice, l'énoncé permet de savoir qu'un quadrilatère est un rectangle, on peut utiliser la propriété suivante.

Propriété 16 : Un rectangle est un parallélogramme particulier, il a

- des côtés opposés parallèles
- des côtés opposés de même longueur (isométrique)
- des angles opposés de même mesure (90°)
- des **diagonales qui se coupent en leur milieu et ont la même longueur**

3) Propriétés pour montrer qu'un quadrilatère est un rectangle

Propriété 17 : Si un quadrilatère a **trois angles droits**, alors c'est un rectangle.

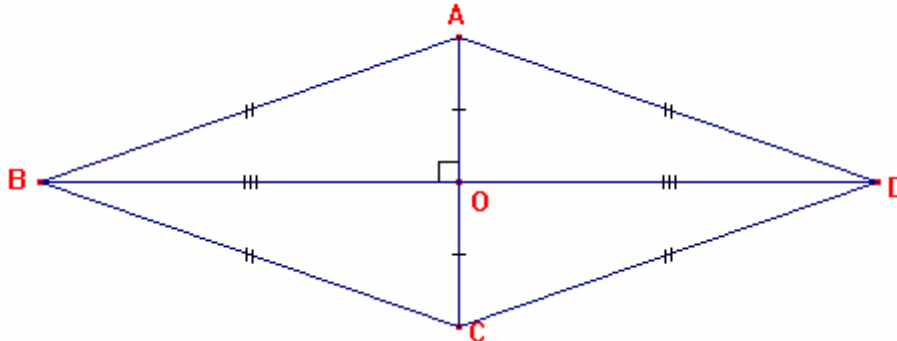
Propriété 18 : Si un **parallélogramme** a **un angle droit**, alors c'est un rectangle.

Propriété 19 : Si un quadrilatère a **des diagonales qui se coupent en leur milieu et sont de même longueur**, alors, c'est un rectangle.

V Losange

1) Définition

Définition 10 : On appelle *losange* un quadrilatère qui a **quatre côtés de même longueur**.



2) Propriétés du losange

Si dans un exercice, l'énoncé permet de savoir qu'un quadrilatère est un losange, on peut utiliser la propriété suivante.

Propriété 20 : Un losange est un parallélogramme particulier, il a

- des côtés opposés parallèles
- des côtés opposés de même longueur (isométrique)
- des angles opposés de même mesure
- des **diagonales qui se coupent en leur milieu et qui sont perpendiculaires**

3) Propriétés pour montrer qu'un quadrilatère est un losange

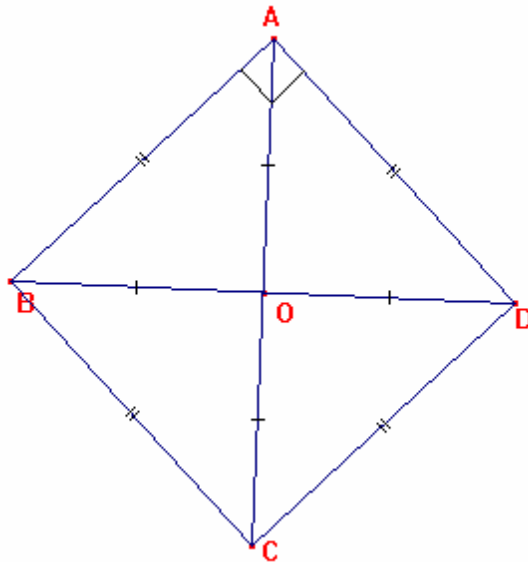
Propriété 21 : Si un **parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur**, alors c'est un losange.

Propriété 22 : Si un quadrilatère a **des diagonales qui se coupent en leur milieu et qui sont perpendiculaires**, alors, c'est un losange.

VI Carré

1) Définition

Définition 11 : On appelle *carré* un quadrilatère qui a **quatre côtés de même longueur et quatre angles droits**.



2) Propriétés du carré

Si dans un exercice, l'énoncé permet de savoir qu'un quadrilatère est un carré, on peut utiliser la propriété suivante.

Propriété 23 : Un carré est un parallélogramme particulier, il a

- des côtés opposés parallèles
- des côtés opposés de même longueur (isométrique)
- des angles opposés de même mesure (90°)
- des **diagonales qui, se coupent en leur milieu, ont la même longueur et sont perpendiculaires.**

3) Propriétés pour montrer qu'un quadrilatère est un carré

Propriété 24 : Si un quadrilatère a **trois angles droits et deux côtés consécutifs de même longueur**, alors c'est un carré.

Propriété 25 : Si un quadrilatère a **des diagonales qui se coupent en leur milieu, qui sont perpendiculaires et de même longueur**, alors c'est un carré.