

Equations et problèmes

Une équation est une expression dans laquelle il y a toujours :

- un signe égal ;
- une inconnue.

$3x + 5 = 6x - 2$ est un exemple d'équation d'inconnue x .

Résoudre une équation d'inconnue x signifie déterminer x .

Une équation possède toujours deux membres :

- l'un situé à gauche du signe égal ;
- l'autre situé à droite du signe égal.

Dans l'exemple, les deux membres de l'équation sont : $3x + 5$ et $6x - 2$.

I - Techniques de résolution d'une équation :

Règles de transformation des équations :

Propriété 1 (Règle d'addition)

On peut ajouter ou retrancher un même nombre aux deux membres d'une équation.

Cette propriété permet de résoudre les équations du type $x + a = b$.

Exemple : $x + 6 = 11$ on retranche 6 aux deux membres
 $x + 6 - 6 = 11 - 6$ on calcule
 $x = 5$

Propriété 2 (Règle de multiplication)

On peut multiplier ou diviser les deux membres d'une équation par un même nombre non nul.

Cette propriété permet de résoudre les équations du type $a \times x = b$ ou $ax = b$.

Exemple : $8x = 32$ on divise par 8 les deux membres
 $\frac{8x}{8} = \frac{32}{8}$ on calcule
 $x = 4$

Dans les autres types d'équation, on se ramène à un des deux types précédents en utilisant les règles ci-dessus (les termes variables d'un côté et les termes constants de l'autre).

Exemple : $8a + 140 = 468$ on retranche 140 aux deux membres
 $8a + 140 - 140 = 468 - 140$ on calcule
 $8a = 328$ on divise par 8 les deux membres
 $\frac{8a}{8} = \frac{328}{8}$ on calcule
 $a = 41$

II – Résolution de problèmes :

Exemple :

Cinq personnes se partagent 1075 €. Trouve la part de chacune sachant que la seconde a 27 € de plus que la première ; que la troisième a 27 € de plus que la seconde et ainsi de suite jusqu'à la cinquième.

On ne connaît la part d'aucune des personnes. Mais dès qu'on connaît la part d'une personne, on peut trouver la part des autres.

1) Choix de l'inconnue :

On appelle x la part de la première personne.

2) Mise en équation :

On traduit l'énoncé :

- part de la première personne : x $= x$
- part de la deuxième personne : $x + 27$ $= x + 27$
- part de la troisième personne : $x + 27 + 27$ $= x + 54$
- part de la quatrième personne : $x + 27 + 27 + 27$ $= x + 81$
- part de la cinquième personne : $x + 27 + 27 + 27 + 27$ $= x + 108$

On a donc :

$$\underbrace{\text{part de la 1}^{\text{ère}}}_{x} + \underbrace{\text{part de la 2}^{\text{ème}}}_{x+27} + \underbrace{\text{part de la 3}^{\text{ème}}}_{x+54} + \underbrace{\text{part de la 4}^{\text{ème}}}_{x+81} + \underbrace{\text{part de la 5}^{\text{ème}}}_{x+108} = 1075$$
$$x + x + x + x + x + 27 + 54 + 81 + 108 = 1075$$
$$5x + 270 = 1075$$

3) Résolution de l'équation :

$$5x + 270 = 1075$$
$$5x + 270 - 270 = 1075 - 270$$
$$5x = 805$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{805}{5}$$
$$x = 161$$

4) Vérification :

On remplace x par la valeur trouvée et si on n'obtient pas le même résultat alors il y a une erreur dans la résolution.

$$5x + 270$$
$$= 5 \times 161 + 270$$
$$= 1075$$

5) Conclusion :

Les personnes touchent respectivement : 161 € ; 188 € ; 215 € ; 242 € et 269 €.