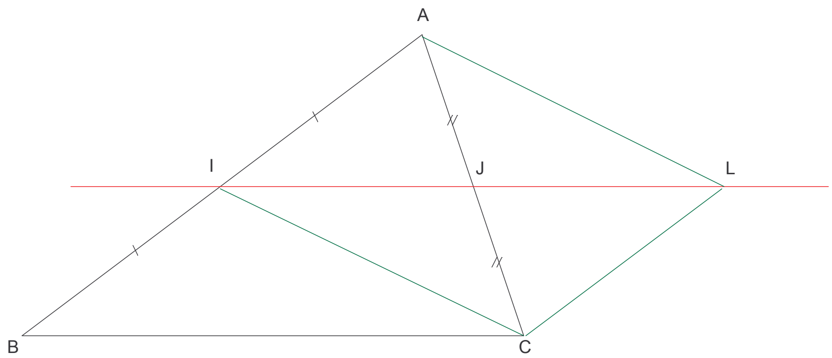
FICHE METHODE CHAPITRE 6

Démonstration du théorème de la droite des milieux.



Soit ABC un triangle quelconque. Les points I et J sont les milieux respectifs des côtés [*AB*] *et* [*AC*]. *Le point L est le symétrique de I par rapport à J.*
Démontrer que la droite (*IJ*) *est parallèle à la droite* (*BC*).

On sait que J est le milieu de [AC].
On sait que L est le symétrique de I par rapport à J, donc J est le milieu de [IL].
Dans le quadrilatère AICL les diagonales [AC] et [IL] se coupent en leur milieu.
Or, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.
Donc AICL est un parallélogramme

On sait que AICL est un parallélogramme. Ses côtés opposés sont donc parallèles et de même longueur ; on aura donc :
(AI) // (CL) et comme I ∊ (AB) alors (IB) // (CL)
et AI = CL et comme AI = IB alors IB = CL.
Dans le quadrilatère IBCL, on a (IB) // (CL) et IB = CL.
Or, si un quadrilatère a deux côtés opposés et de même longueur alors c'est un parallélogramme.
Donc IBCL est un parallélogramme.
Donc (IL) // (BC) et comme J ∊ (IL) alors **(IJ) // (BC).**