FICHE METHODE

A. Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

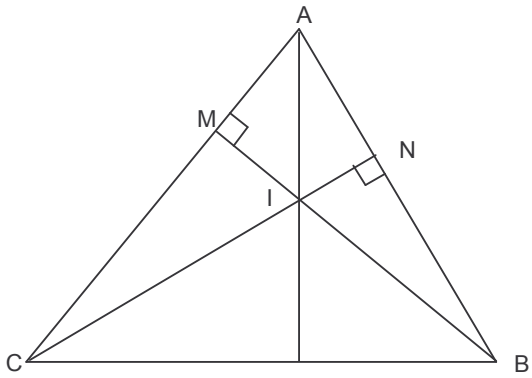
➨ Méthode : Utiliser les hauteurs d'un triangle.

Conditions :

- Avoir un triangle
- Connaître son orthocentre
- Avoir une droite qui passe par un sommet et l'orthocentre.

Exemple :

Sur la figure ci–contre, CMB est un triangle rectangle en M, et CNB est un triangle rectangle en N. Les droites (CN) et (MB) se coupent en I. Démontrer que les droites (AI) et (CB) sont perpendiculaires.



Rédaction :

- On sait que MBC est un triangle rectangle en M ; donc les droites (MB) et (AC) sont perpendiculaires.
- On sait que NBC est un triangle rectangle en N ; donc les droites (NC) et (AB) sont perpendiculaires.
- (NC) et (MB) sont donc les hauteurs du triangle ABC. Elles se coupent en I qui est donc l'orthocentre du triangle ABC.
  Si une droite passe par un sommet et l'orthocentre d'un triangle alors elle est perpendiculaire au côté du triangle opposé à ce sommet.
  Donc (AD) est perpendiculaire à (BC).

B. Démontrer qu'un point est le milieu d'un segment

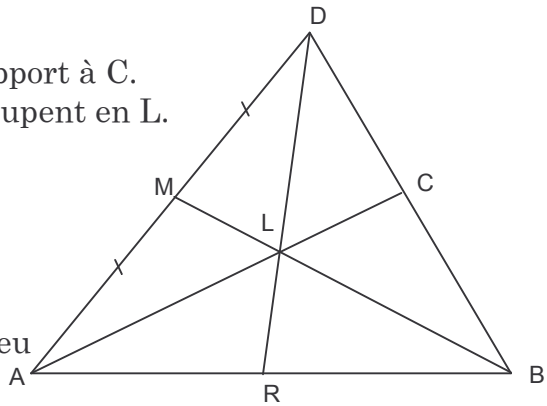
➨ Méthode : Utiliser les médianes d'un triangle.

Conditions :

- Avoir un triangle et son centre de gravité.
- Avoir une droite qui passe par un sommet et le centre de gravité.

Exemple :

ABC est un triangle. D est le symétrique de B par rapport à C.
M est le milieu de [AD]. Les droites (AC) et (BM) se coupent en L.
Les droites (DL) et (AB) se coupent en R.
Démontrer que R est le milieu de [AB].



Rédaction :

On sait que D est le symétrique de B par rapport à C, donc C est le milieu de [BD]. On sait que M est le milieu de [AD].
Les droites (MB) et (AC) sont donc les deux médianes du triangle ABD. Elles se coupent en L ; donc L est le centre de gravité du triangle ABD.
Si une droite passe par un sommet et le centre de gravité d'un triangle, alors elle coupe le côté opposé à ce sommet en son milieu.
Donc (DL) coupe [AB] en son milieu : R est donc le milieu de [AB].