# PROPORTIONNALITÉ

## I PROPORTIONNALITÉ

### 1 ) Définition :

Dans une recette de gâteau, il faut 200 g de farine pour quatre personnes. On peut alors exprimer la quantité de farine en fonction du nombre de personnes à l'aide d'un tableau.

| Nombre de Personnes | 4 | 2 | 8 | 10 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|
| Quantité de Farine (en g) | 200 | 100 | 400 | 500 | 1 200 |

x 50

Pour calculer les quantités de farine, on multiplie les nombres de personnes par 50. On dit que les quantités de farine sont proportionnelles aux nombres de personnes.

**Définition :** deux suites de nombres sont proportionnelles si on passe de l'une à l'autre en multipliant par un même nombre. Ce nombre est alors appelé le coefficient de proportionnalité.

Exemple : mouvement uniforme

| Durée (en h) | 1 | 2 | 3,5 |
|---|---|---|---|
| Distance (en km) | 40 | 80 | 140 |

$$\frac{40}{1} = 40 \; ; \; \frac{80}{2} = 40 \; ; \; \frac{140}{3{,}5} = 40$$

Les quotients sont tous égaux donc les distances sont proportionnelles aux durées et le coefficient de proportionnalité est 40 (la vitesse en km/h)

Contre-exemple : taille et âge

| Age (ans) | 5 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|
| Taille (en cm) | 1,08 | 1,62 | 1,7 |

$$\frac{1{,}08}{5} = 0{,}216 \; ; \; \frac{1{,}62}{15} = 0{,}108 \; ; \; \frac{1{,}7}{20} = 0{,}085$$

Les quotients ne sont pas tous égaux donc les âges ne sont pas proportionnels aux tailles.

### 2 ) Calcul d'un quatrième nombre lorsqu'il y a proportionnalité :

Problème : trouver le nombre manquant dans le tableau de proportionnalité suivant :

| Quantité de carburant (en litre) | 30 | 42 |
|---|---|---|
| Prix à payer (en euro) | 31,8 | $x$ |

Deux méthodes :

① Recherche du coefficient de proportionnalité («Ancienne règle de trois ») :

| | |
|---|---|
| | 30 L coûtent 31,8 € |
| donc | 1 L coûte 31,8 ÷ 30 = 1,06 € (1,06 est le coefficient cherché) |
| et ainsi | 42 L coûtent 42 x 1,06 = 44,52 € |

② Egalité des produits en croix :

Propriété : dans un tableau de proportionnalité,

| | |
|---|---|
| a | b |
| c | d |

les « produits en croix » sont égaux.

C'est-à-dire : $\boxed{a \times d = b \times c}$

$30 \times x = 42 \times 31{,}8$

donc $30 \times x = 1\,335{,}6$

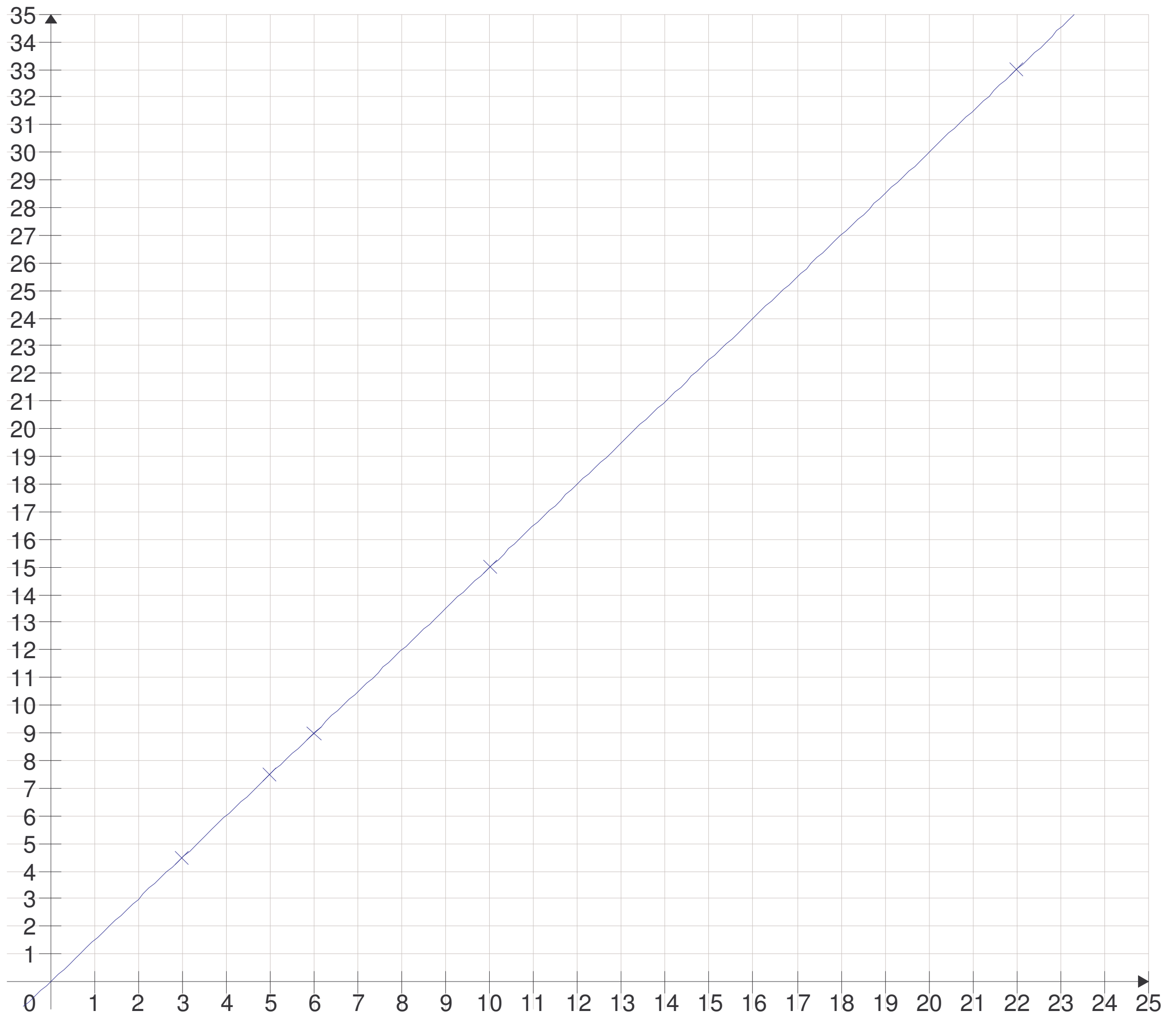
et ainsi $x = 1\,335{,}6 \div 30 = 44{,}52$ €

## 2 ) Représentation graphique

Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par une droite passant par l'origine du repère.

Exemple : Représenter graphiquement la situation de proportionnalité suivante :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de bouteilles | 3 | 6 | 5 | 10 | 22 |
| Prix à payer (en €) | 4,5 | 9 | 7,5 | 15 | 33 |



## II ÉCHELLES

Sur un plan, les distances sont proportionnelles aux distances réelles. On appelle « échelle » le coefficient de proportionnalité qui permet de passer des distances réelles aux distances du plan (les distances étant exprimées dans la même unité).

Exemple : sur une carte on peut lire : « réduction à l'échelle $\frac{1}{25\ 000}$ ». Cela signifie que 1 cm sur la carte correspond à 25 000 cm (250 m) dans la réalité.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Distance sur le plan (en cm) | 1 | 0,04 | 40 | 2 |
| Distance réelle (en cm) | 25 000 | 1 000 | 1 000 000 | 50 000 |

÷ 25 000

× 25 000

*il faut absolument utiliser la même unité*

## III POURCENTAGES

Rappel : pour évaluer « t % d'un nombre », on multiplie ce nombre par $\frac{t}{100}$.

Règle : calculer un pourcentage revient à calculer une quatrième proportionnelle à 100.

Exemple : 9 élèves d'une classe de 24 sont demi-pensionnaires.

| | |
|---|---|
| 9 | t |
| 24 | 100 |

$24 \times t = 9 \times 100$ d'où $t = \frac{9 \times 100}{24} = \frac{900}{24} = 37{,}5$

Donc il y a 37,5 % de demi-pensionnaires dans cette classe.

(voir fiche méthode)

## IV GRANDEURS ET MOUVEMENT UNIFORME

On peut exprimer une durée à l'aide de nombres décimaux ou de fractions :

1 min = $\frac{1}{60}$ h et 1 s = $\frac{1}{60}$ min.

Exemple : Exprimer en heure décimale les durées suivantes : 15 min et 90 min.

15 min = $\frac{15}{60}$ h soit 0,25 h. 90 min = $\frac{90}{60}$ h soit 1,5 h.

Lorsqu'on se déplace à allure constante, on parle de mouvement uniforme.
Dans ce cas, la distance parcourue est proportionnelle à la durée.

Exemple : un avion vole à allure constante et a parcouru 780 km en une heure. Quelle distance parcourra-t-il en 2h ? en 1h 30 min ?
Puisque l'avion vole à allure constante, le mouvement est uniforme. La distance parcourue est donc proportionnelle à la durée de vol.
En 2h, il couvrira ainsi une distance deux fois plus grande : $780 \times 2 = 1\,560$ km.
1 h 30 min = 1,5 h donc l'avion parcourra : $780 \times 1{,}5 = 1\,170$ km.