

CHAPITRE 3 : COMPARAISON DE NOMBRES EN ECRITURE FRACTIONNAIRE

I. Rappel

Exemples :

Le quotient de 25 par 10 s'écrit $25 : 10$ ou $\frac{25}{10}$ ($= 2,5$). C'est un nombre décimal.

Le quotient de 10 par 3 s'écrit $10 : 3$ ou $\frac{10}{3}$ ($= 3,\underline{3}...$). Ce n'est pas un nombre décimal.

Le quotient de a par b s'écrit $a : b$ ou $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$).

$\frac{a}{b}$ est l'écriture fractionnaire du quotient de a par b ($b \neq 0$).

Lorsque a et b sont des entiers, l'écriture $\frac{a}{b}$ s'appelle une fraction.

II. La règle fondamentale

Exemples :

$$\frac{2,7}{0,13} = \frac{270}{13} \quad \begin{array}{l} \times 100 \\ : 3 \end{array}$$
$$\frac{24}{15} = \frac{8}{5} \quad \begin{array}{l} : 3 \\ : 3 \end{array}$$

On ne change pas un nombre en écriture fractionnaire en multipliant (ou en divisant) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k} \quad b \text{ et } k \text{ non nuls.}$$

- Simplification d'une fraction

En divisant le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre entier, on obtient une fraction simplifiée.

Exemples :

$$\frac{30}{42} = \frac{5}{7} \quad \text{ou} \quad \frac{30}{42} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7} \quad \text{ou} \quad \frac{30}{42} = \frac{\cancel{6} \times 5}{\cancel{6} \times 7} = \frac{5}{7} \quad \text{ou} \quad \frac{30}{42} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 7} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{16}{14} = \frac{\cancel{2} \times 8}{\cancel{2} \times 7} = \frac{8}{7} \quad ; \quad \frac{3}{9} = \frac{\cancel{3} \times 1}{\cancel{3} \times 3} = \frac{1}{3} \quad ; \quad \frac{300}{70} = \frac{30}{7}$$

- Critères de divisibilité par 2 ; 3 ; 5 ; 9 et 10

Un nombre entier est divisible **par 2** s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.

Un nombre entier est divisible **par 5** s'il se termine par 0 ou 5.

Un nombre entier est divisible **par 3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

Un nombre entier est divisible **par 9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

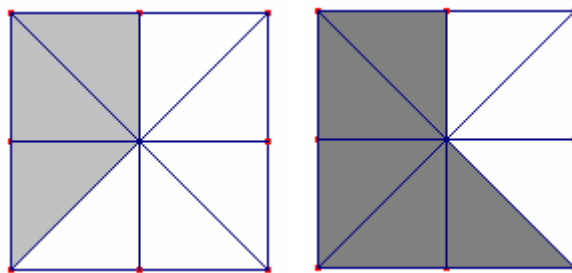
Un nombre entier est divisible **par 10** s'il se termine par 0.

III. Comparer deux nombres en écriture fractionnaire

1^{er} Cas : les deux écritures fractionnaires ont le même dénominateur

Exemple : $\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$

Si deux nombres en écriture fractionnaire ont le même dénominateur, alors le plus petit est celui qui a le plus petit numérateur.

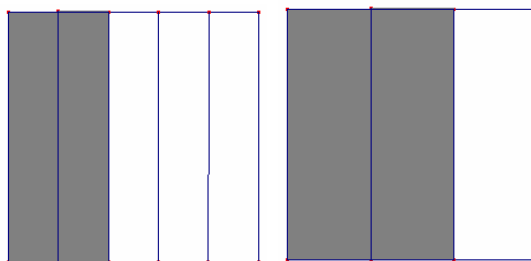


$$\frac{3}{8} (= 0,375) < \frac{5}{8} (= 0,625)$$

2^{ème} Cas : les deux écritures fractionnaires ont le même numérateur.

Exemple : $\frac{2}{5} < \frac{2}{3}$

Si deux nombres en écriture fractionnaire ont le même numérateur, alors le plus petit est celui qui a le plus grand dénominateur.



$$\frac{2}{5} (= 0,4) < \frac{2}{3} (= 0,66..)$$

3^{ème} Cas : les deux écritures n'ont ni le même dénominateur, ni le même numérateur.

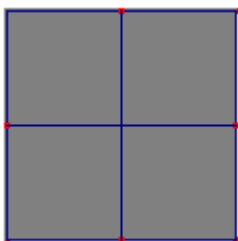
Exemple : Comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{4}{5}$

$\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$	$\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$
$\frac{3 \times 5}{4 \times 5} < \frac{4 \times 4}{5 \times 4}$	$0,75 < 0,8$
$\frac{15}{20} < \frac{16}{20}$	

On peut comparer deux nombres en écriture fractionnaire de dénominateur et de numérateur différents de deux manières :

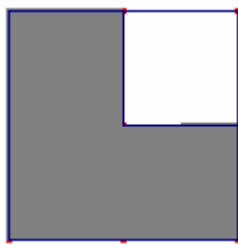
- on les réduit au même dénominateur, et on se ramène alors au 1^{er} cas,
- on calcule les quotients qui les représentent.

IV. Comparer à 1



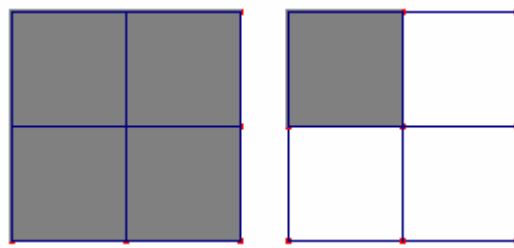
$$\frac{4}{4} = 1$$

Si $a = b$ alors $\frac{a}{b} = 1$



$$\frac{3}{4} < 1$$

Si $a < b$ alors $\frac{a}{b} < 1$



$$\frac{5}{4} > 1$$

Si $a > b$ alors $\frac{a}{b} > 1$