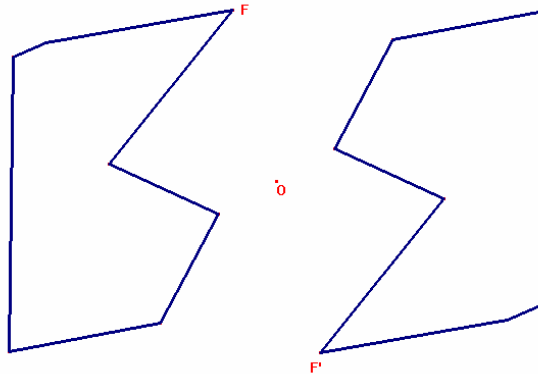


# SYMETRIE CENTRALE

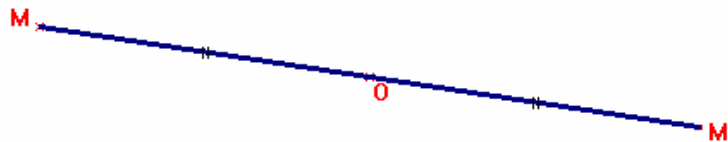
## 1. Symétrique d'une figure

Deux figures sont symétriques par rapport à un point  $O$  quand elles se superposent par un demi-tour autour du point  $O$ .



## 2. Symétrique d'un point

Définition :  $M'$  est le symétrique de  $M$  par rapport au point  $O$  si  $O$  est le milieu du segment  $[MM']$ .



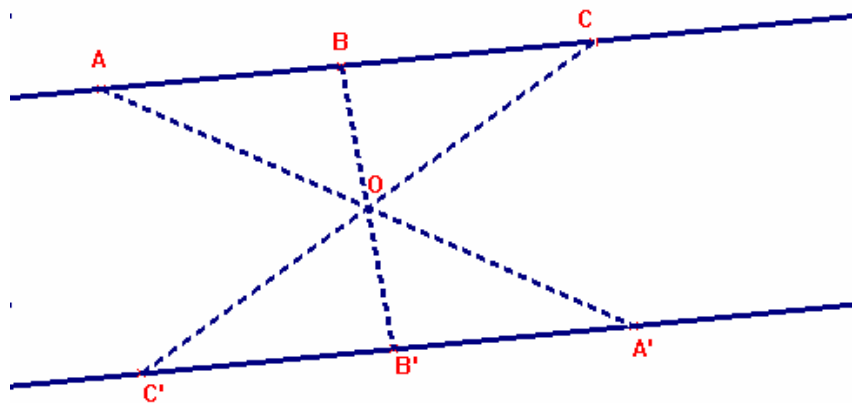
Remarque : Le point  $O$  est confondu avec son symétrique.

## 3. Propriétés

### a. La symétrie conserve l'alignement

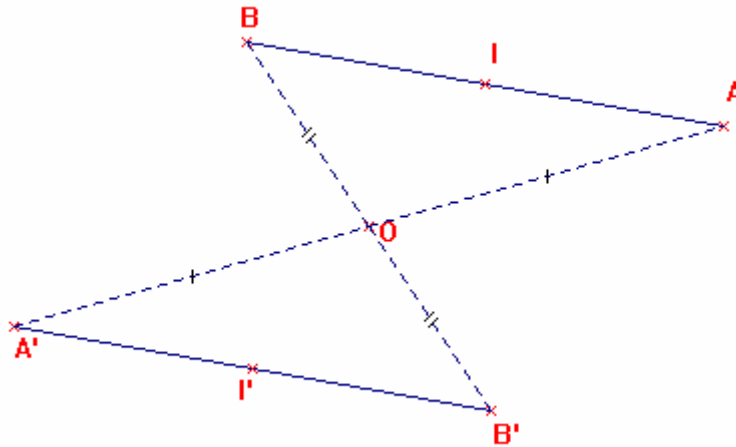
Les symétriques des 3 points  $A, B, C$  alignés sont les 3 points  $A', B', C'$  alignés.

Par une symétrie centrale, l'image d'une droite est une droite qui lui est parallèle.



### b. La symétrie conserve les longueurs

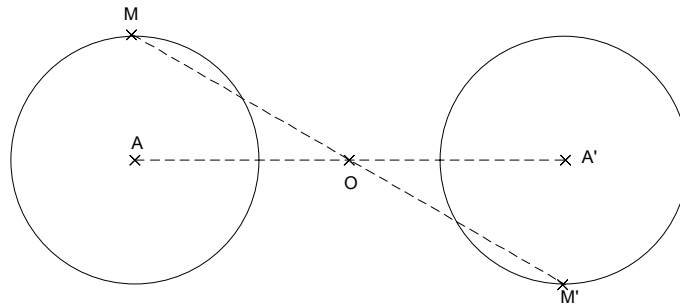
❖ Le symétrique par rapport à  $O$  du segment  $[AB]$  est le segment  $[A'B']$  tel que  $AB = A'B'$  et  $[AB] \parallel [A'B']$ .



Remarque : le symétrique du milieu  $I$  de  $[AB]$  est le point  $I'$  milieu de  $[A'B']$ .

Par une symétrie centrale, l'image d'un segment est un segment parallèle et de même longueur.

❖ Le symétrique par rapport à  $O$  du cercle  $C$  de centre  $A$  et de rayon  $R$  est le cercle  $C'$  tel que  $AO = OA'$  et  $R = R'$ .



Par une symétrie centrale, l'image d'un cercle est un cercle de même rayon.

### c. La symétrie conserve le périmètre et l'aire

C'est la conséquence de la propriété précédente :

- ❖ puisque toutes les longueurs d'une figure sont conservées par la symétrie centrale, les périmètres d'une figure et de son image seront égaux.
- ❖ puisque toutes les longueurs d'une figure sont conservées par la symétrie centrale, les aires d'une figure et de son image seront égales.

#### d. La symétrie conserve les angles.

Les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{A'B'C'}$  ont même mesure ( $90^\circ$ ).

Démonstration :

La droite  $(AB)$  a pour symétrique par rapport à  $O$  la droite  $(A'B')$ .

Or, la symétrique d'une droite est une droite parallèle.

donc  $(AB) \parallel (A'B')$ .

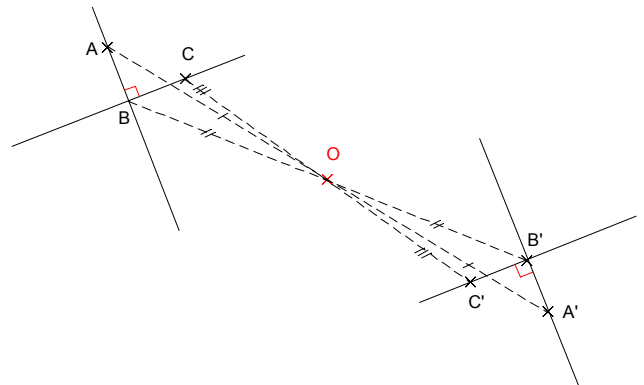
De même, la symétrique de la droite  $(BC)$  est la droite  $(B'C')$  telle que  $(BC) \parallel (B'C')$ .

On sait que  $(AB) \perp (BC)$ .

Or si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Donc  $(BC) \perp (A'B')$  et puisque  $(B'C') \parallel (BC)$  alors  $(B'C') \perp (A'B')$ .

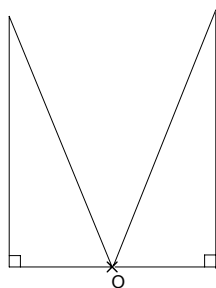
Conclusion : l'angle  $\widehat{A'B'C'}$  est un angle droit.



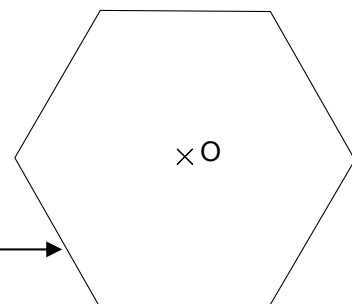
Par une symétrie centrale, l'image d'un angle est un angle de même mesure.

#### **4. Centre de symétrie d'une figure**

Lorsqu'une figure  $F$  se superpose avec sa symétrique par rapport à un point  $O$ , on dit que  $O$  est le centre de symétrie de la figure  $F$ .



Cette figure n'a pas de centre de symétrie



Cette figure a un centre de symétrie