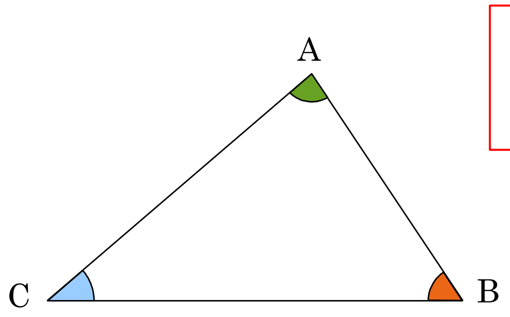
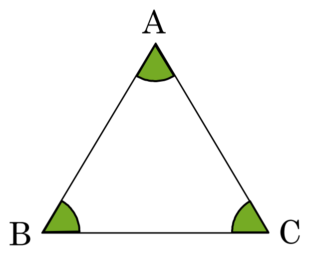
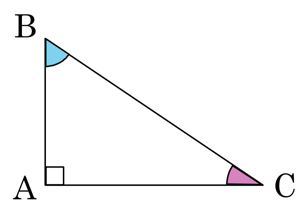
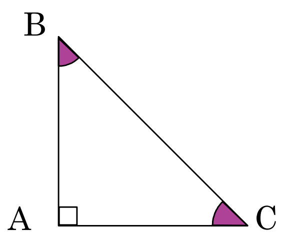
LES TRIANGLES

1 . *Somme des mesures des angles*



La somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180° :
$\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{CAB} = 180°$

Conséquences :

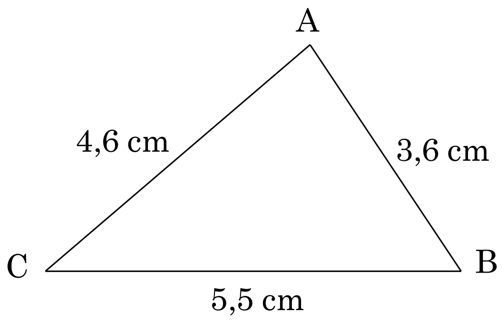
pour un triangle équilatéral : $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60°$	pour un triangle rectangle en A : $\widehat{B} + \widehat{C} = 90°$	pour un triangle rectangle isocèle en A : $\widehat{B} = \widehat{C} = 45°$
		

(Rappel : un triangle isocèle a deux angles à la base de même mesure)

2 . *Construction d'un triangle*

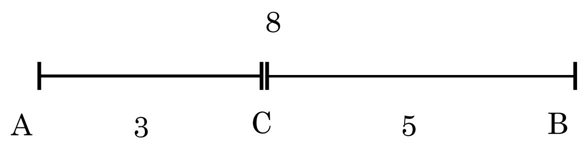
a. *Inégalité triangulaire*

Dans tous les triangles, la mesure d'un côté est inférieure à la somme des mesures des deux autres côtés.



Dans un triangle ABC :
AB < AC + BC
AC < AB + BC
BC < AB + AC

Si AB = AC + BC alors le point C appartient au segment [AB].
Réciproquement :
Si le point C appartient au segment [AB], alors AB = AC + BC



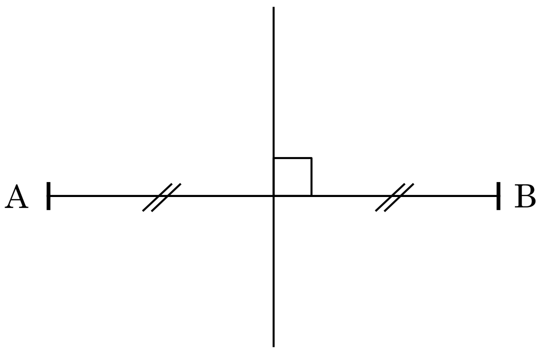
b. Fiche méthode : construction de triangles

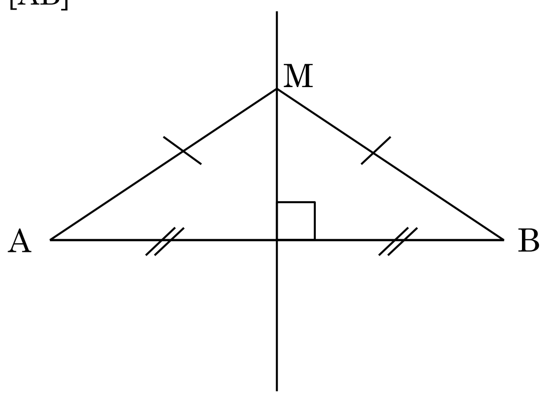
Voir le manuel Sésamath 5^{e}, Méthodes n°3, 4 et 5 pages 117 et 118.

3 . Droites remarquables dans un triangle

a. La médiatrice des côtés

Définition : La médiatrice d'un segment est la droite passant par le milieu du segment et perpendiculaire à ce segment.

<table>
<tr>
<td>Hypothèse : M est sur la médiatrice de [AB]
Conclusion : MA = MB


Propriété 1 : Si un point est sur la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.</td>
<td>Hypothèse : MA = MB
Conclusion : M est sur la médiatrice de [AB]


Propriété 2 : Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il est sur la médiatrice de ce segment.</td>
</tr>
</table>

Propriété : Les médiatrices des côtés d'un triangle sont *concourantes* en un point qui est le **centre du cercle circonscrit** à ce triangle.

Ce point peut se situer à l'intérieur du triangle (trois angles aigus, figure 1) ou bien à l'extérieur du triangle (un angle obtus, figure 2).

figure 1

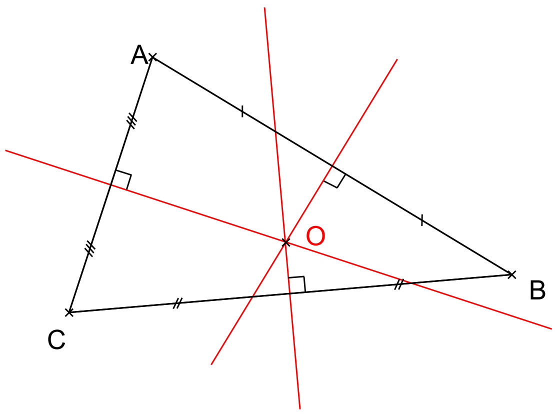
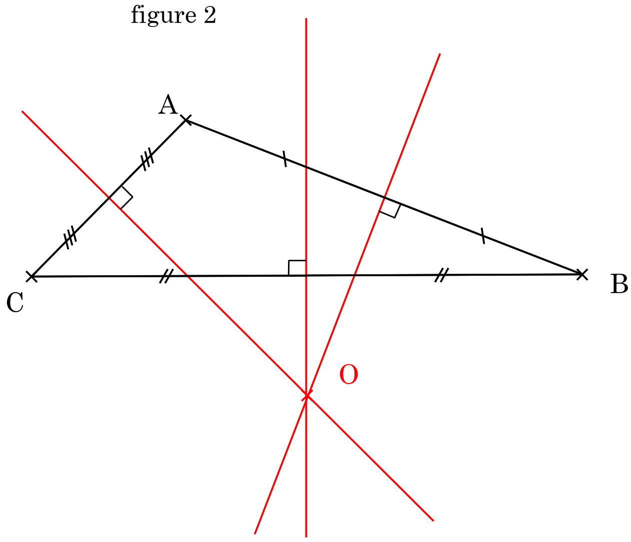
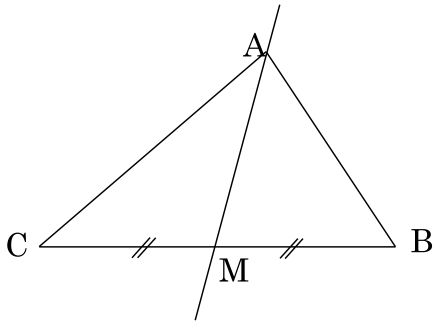


figure 2



b. ***La médiane***

Définition : Dans un triangle, une médiane est une droite passant par un sommet du triangle et le milieu du côté opposé.

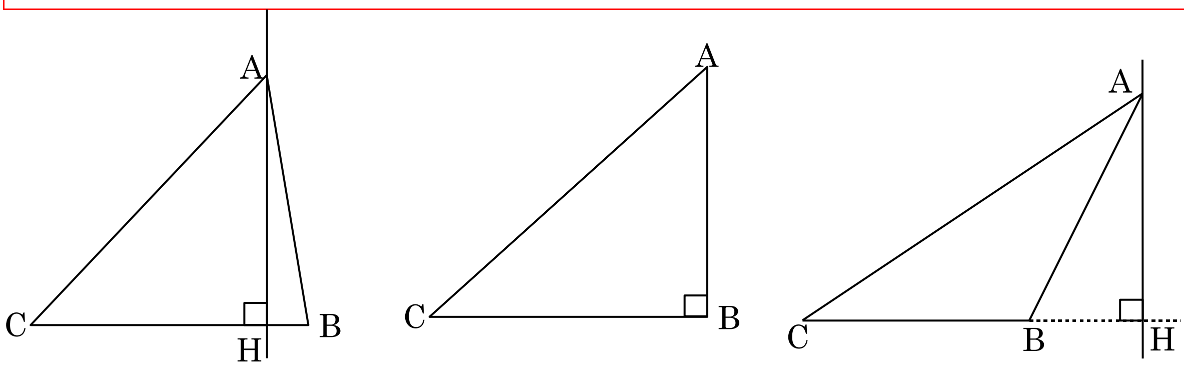


c. ***La hauteur***

Définition : Dans un triangle, une hauteur est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

Propriété : Un triangle a trois hauteurs ; ces trois hauteurs sont concourantes en un point qui s'appelle l'orthocentre du triangle.

Le pied de la hauteur est le point d'intersection de la hauteur et du côté opposé au sommet dont elle est issue.



Remarques :
1) Quand le triangle est rectangle, les hauteurs relatives aux côtés de l'angle droit sont les côtés eux-mêmes. Exemple sur la figure ci-dessus : la hauteur relative au côté [BC] est la droite (AB).
2) Quand le triangle possède un angle obtus, il faut prolonger les côtés de cet angle pour en tracer la hauteur. Exemple sur la figure ci-dessus : la hauteur relative au côté [BC] est la droite (AH) avec H n'appartenant pas au segment [BC].